令和 3 年度　九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号　　　　　　　　採点

質量 m，半径 r の円柱状の 2 つの車輪 A, B がついた質量 M の台車がある．車輪は水平な床上を滑らずに転がり，回転中心に関する慣性モーメントは車輪 A, B ともに $mr^2/2$ と考えてよい．台車の水平方向変位を x とする．(50 点)

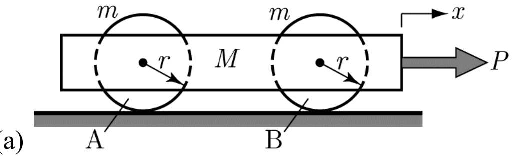
(1) 図(a)に示すように，台車に水平方向の力 P を加えて運動させる．台車と車輪を分けた左下の図に，水平方向に作用する P 以外の力をすべて記述せよ．力の向きに注意せよ．力の記号は各自適切に定めよ．

(2) 台車および車輪 A, B それぞれについて，(1)で定めた力を用いニュートンの第二法則から x に関する運動方程式を求めよ．

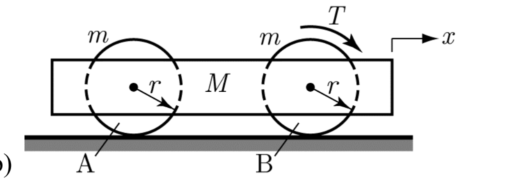
(3) 台車が加速度 a の運動を行うための P の大きさを求めよ．その際に生じる車輪 A, B と床との間の摩擦力の大きさを求めよ．

(4) 図(b)に示すように車輪 B にトルク T を与えて台車を同じ加速度 a で運動させたい．トルク T の大きさを求めよ．

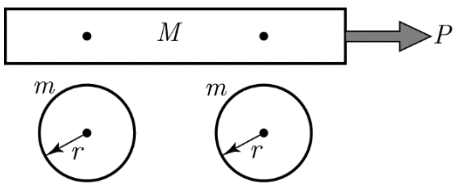
(5) 上記(4)における車輪 A, B と床との間の摩擦力の大きさを求めよ．これらの値と(3)で求めた値とを比較し，差異がある場合はその理由について説明せよ．



(a)



(b)



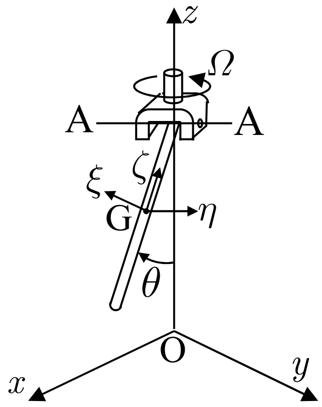
令和 3 年度　九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

試験科目　機械力学［8 月 24 日　13 時 00 分～14 時 30 分］　（２／３）

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号＿＿＿＿＿＿＿＿　採点＿＿＿＿＿＿

図のように，O 点を原点とした静止座標系 O-xyz があり，シャフトと水平なジョイント軸 A-A が z 軸（鉛直軸）まわりに一定角速度 Ω で回転している．質量 m，長さ l の棒の一端がジョイント軸 A-A に回転支持されており，棒が z 軸となす角度を θ とする．棒の重心 G を原点として長手方向に ζ 軸をとり，ジョイント軸 A-A と同じ方向に η 軸をとり，η 軸，ζ 軸に垂直に ξ 軸をとる．G-$\xi\eta\zeta$ 座標系は棒と一緒に移動し，ξ, η, ζ 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ とする． x, y, z 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_0, \boldsymbol{j}_0, \boldsymbol{k}_0$ とする．重力加速度を g とする．（50 点）



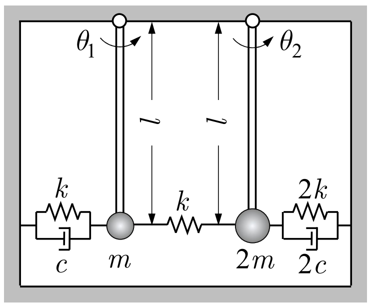
1. 始め，シャフトは固定され（$\Omega = 0$），棒はジョイント軸 A-A のまわりに回転する．
   (1) 棒の η 軸まわりの慣性モーメント I_η を求めよ．
   (2) θ に関する棒の運動方程式を求めよ．
   (3) θ を微小として，棒の固有角振動数 ω を求めよ．
2. 次に，固定していたシャフトを一定角速度 Ω で回転させたとき，鉛直方向と棒の角度は $\theta = \bar{\theta}$ ($\bar{\theta} > 0$) で一定となった． $t = 0$ で η 軸と y 軸の向きを一致させる．
   (4) 鉛直方向と棒の間の一定角度 $\bar{\theta}$ を求めよ．
   (5) 棒の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ と重心 G に関する角運動量 $\boldsymbol{L}$ を G-$\xi\eta\zeta$ 座標系で成分表示せよ． $\bar{\theta}$ はそのまま用いてよい．
   (6) 重心 G に関する角運動量の時間微分 $\dot{\boldsymbol{L}}$ を O-xyz 座標系で成分表示せよ．

試験科目　機械力学［8 月 24 日　13 時 00 分～14 時 30 分］　（３／３）

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと.）

受験番号　　　　採点

長さ l で質量の無視できる 2 本の剛体棒の上端が基礎から回転支持され，左右の剛体棒の下端にはそれぞれ質量 m および質量 $2m$ の質点が取り付けられている．図のように，質点間はばね定数 k の水平なばねで結合されており，左右の質点は粘性減衰係数 c および $2c$ の水平な減衰器，ばね定数 k および $2k$ の水平なばねで基礎に結合されている．剛体棒の鉛直下向きからの角度を θ_1 および θ_2（反時計回りを正）とすると，系は $\theta_1=\theta_2=0$ のときに平衡状態にある． θ_1 および θ_2 はいずれも微小であり，重力は無視できるものとして以下の問いに答えよ．(50 点)



(1) 基礎が静止している場合を考える． $\boldsymbol{x}=[\theta_1\ \ \theta_2]^T$（$T$ は転置記号）とすると，剛体棒の上端まわりの回転に関する運動方程式は $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ と行列表示できる．行列 $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K}$ を求めよ．ただし，運動方程式は力のモーメントの次元をもつものとする．

(2) $c=0$ としたときの不減衰固有角振動数 ω_1, ω_2 $(\omega_1<\omega_2)$ を求めよ．さらに，$\boldsymbol{X}_1^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{X}_2^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{X}_2=1$ を満足する $M-$正規固有モード $\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2$ を求めよ．

(3) 基礎が水平に $u(t)=a\cos\Omega t$ の変位（右向きを正）で振動する場合を考える．このとき，運動方程式には慣性力によるモーメントを表すベクトル $\boldsymbol{N}$ が現れ，運動方程式は $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{N}$ となる．ベクトル $\boldsymbol{N}$ を求めよ．

(4) $\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2$ を用いて(3)の運動方程式の変数をモード座標 ξ_1, ξ_2 に変換せよ．さらに $\Omega=\omega_1$ の場合における ξ_1, ξ_2 の定常振動解を求めよ．