

注意：● 1問につき解答紙1枚を使用すること。 受験番号

- 各解答紙に問番号を記入すること。

問1 正則行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ について以下の問いに答えよ。(50点)

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) A の固有値を λ , 固有ベクトルを \boldsymbol{x} と置いた時, $\boldsymbol{x} = \lambda A^{-1} \boldsymbol{x}$ を示せ。
- (3) $A^{-1} - I$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。ただし, I は単位ベクトルを表す。

問2 領域 $D = \{(x, y) : 4x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ について以下の問いに答えよ。(50点)

- (1) 積分 $I = \iint_D xy dx dy$ を求めよ。
- (2) 領域 D において xy の最大値とその時の (x, y) を求めよ。
- (3) 積分 $V = \iint_D (x + y) dx dy$ を求めよ。求めた V は底面を D とする立体の体積であるが, その立体の概略図を示せ。
- (4) 放物面 $x^2 + \frac{y^2}{2} = z$ と, 領域 D を z 軸の正負方向にまっすぐに伸ばした立体とが交わる曲面の面積 S を求めよ。

注意：● 1問につき解答紙1枚を使用すること。 受験番号

- 各解答紙に問番号を記入すること。

問3 以下の微分方程式の一般解を求めよ。(50点)

$$(1) 2\frac{d^3y(x)}{dx^3} - 3\frac{d^2y(x)}{dx^2} + y = 4x^2e^{-x} + 4xe^{-x} + 4x$$

$$(2) \frac{dy(x)}{dx} = \frac{\sin x - 2xy}{(x+1)(x-1)} \quad (x \neq \pm 1)$$

問4 $f(x)$ のフーリエ変換は $F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$ と表される。以下の問いに答えよ。

(50点)

$$(1) f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (-\infty < x < 0, 1 < x < \infty) \end{cases} \text{ のフーリエ変換を求めよ.}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \cos x & (x \leq |\pi|) \\ 0 & (x > |\pi|) \end{cases} \text{ のフーリエ変換を求めよ.}$$

$$(3) F(\omega) = \begin{cases} e^{-i|\omega|} & (\omega \leq |\pi|) \\ 0 & (\omega > |\pi|) \end{cases} \text{ の逆フーリエ変換を求めよ.}$$