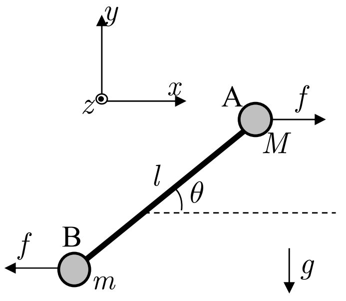
令和６年度　九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号　　　　採点

図のように質量が無視できる長さ l の剛体棒の両端に質量 M の質点 A と質量 m の質点 B を取り付けた物体がある．物体は鉛直面内で運動し，時刻 $t=0$ における重心の位置を原点 O とし，x 軸を水平右向きに，y 軸を鉛直上向きにとった静止座標系 $\mathrm{O}-xyz$ を設定する．x，y，z 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする．x 軸と棒のなす角度を θ とする．質点 A には一定の外力 f が x 軸の正方向に作用し，質点 B には同じ大きさの外力 f が x 軸の負の方向に作用する．また，鉛直下向きに重力が作用している．はじめ，物体は x 軸となす角度 $\theta_0\ (\neq 0)$ で静止しており，$t=0$ において静かに運動を始めた．重力加速度を g とする．以下の問いに答えよ．（50 点）



(1) 任意の時刻 t における物体の重心の位置ベクトル $\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}$ を求めよ．

(2) 重心から質点 A, B までの距離 l_A，l_B を求め，重心まわりの慣性モーメント I を求めよ．

(3) θ に関する回転の運動方程式を求めよ．

(4) θ を微小として，θ に関する運動方程式を線形化し，時刻 t における角度 θ を求めよ．

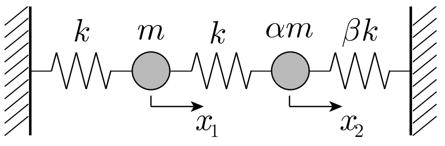
(5) (4)の運動において，最初に $\theta=0$ となるとき $(t=t_0)$，質点 A, B にはたらく外力 f を無くし，以降は重力のみが作用する．任意の時刻 $t(\geq t_0)$ における物体の重心まわりの角運動量 $\boldsymbol{L}_{\mathrm{G}}$ を求めよ．

令和 6 年度　九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

試験科目　機械力学［8 月 21 日　13 時 00 分～14 時 30 分］　（２／３）

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号　　　　　　　　採点



図のように，３つのばねと２つの質点からなる両端が固定された線形 2 自由度振動系がある．図に示しているように，2 つの質点の質量は左から $m, \alpha m$ であり，3 つのばねのばね定数は左から順に $k, k, \beta k$ である．α, β は正の実定数とする．質点は水平方向のみに変位し，静的平衡位置からの左の質点の変位を x_1，右の質点の変位を x_2 とする．重力の影響は無視できるとして以下の問いに答えよ．(50 点)

(1) 系の運動方程式を求めよ．

(2) この系が固有角振動数 $\sqrt{k/m}$ を持つとき，α と β の関係を求めよ．

以下の問いは，上記(2)の条件が成立するとして解答せよ．

(3) もう一つの固有角振動数を求め，その固有角振動数が 2 次の固有角振動数となることを説明せよ．

(4) 1 次と 2 次の固有モード $\boldsymbol{X}_i$ $(i=1, 2)$ をそれぞれ求めよ．固有モードは 1 番目の要素を 1 として求めること．

(5) 系の固有角振動数を ω_i $(i=1, 2)$ として，この系の自由振動の一般解を求めよ．

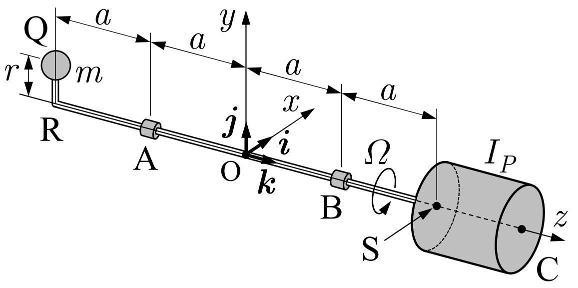
(6) 時刻 $t=0$ で二つの質点の変位を $x_1 = x_2 = 1$ として静かに振動を開始させた．このときの系の自由振動を求めよ．

令和 6 年度　九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

試験科目　機械力学［8 月 21 日　13 時 00 分～14 時 30 分］　

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号　　　　　　　　　　　採点



互いに直角に結合された質量の無視できる長さ r の棒 QR と長さ $4a$ の水平な軸 RS，点 Q に取り付けられた質量 m の質点，および軸 RS を中心軸とする慣性モーメント I_P（中心軸まわり）の均一な円柱 C からなる剛体がある．剛体は図の位置で軸受 A および B から滑らかに支持されており，軸 RS と一致した z 軸のまわりを一定角速度 Ω で回転している．また，剛体には軸 RS の中心に原点 O をもち y 軸が棒 QR と平行な直交座標系 O-xyz が固定されている．座標系 O-xyz における各軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ とし，重力の影響は無視できるものとする．静止座標系から観測される各種の物理量について，以下の問いに答えよ．解答におけるベクトル量はいずれも O-xyz 座標系で成分表示すること（単位ベクトル $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ を用いて表すこと）(50 点)

(1) 剛体の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$，ならびに点 Q における質点の位置ベクトル $\boldsymbol{r}_Q$ および速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{r}}_Q$ を求めよ．

(2) 円柱の z 軸のまわりの角運動量ベクトル $\boldsymbol{L}_C$ を示せ．さらに，質点 Q の運動量ベクトル $\boldsymbol{P}_Q$ および原点 O を基準とした角運動量ベクトル $\boldsymbol{L}_Q$ を求めよ．

(3) 系全体の運動量ベクトルおよび原点 O を基準とした角運動量ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{P}$ および $\boldsymbol{L}$ とするとき，それらの時間に関する微分 $\dot{\boldsymbol{P}}$ および $\dot{\boldsymbol{L}}$ を示せ．

(4) 軸受 A および B から軸 RS に作用する力 $\boldsymbol{F}_A$ および $\boldsymbol{F}_B$（いずれもベクトル量）を求めよ．

(5) 剛体の回転を止めて静止させた後，点 Q の質点に対して質量 m の質点 D を x 軸の正方向から速度 $-V\boldsymbol{i}$ で衝突させたところ，剛体は再び一定角速度 Ω で回転を始めた．衝突後の質点 D の速度を $V'\boldsymbol{i}$ と表すとき，V' を求めよ．