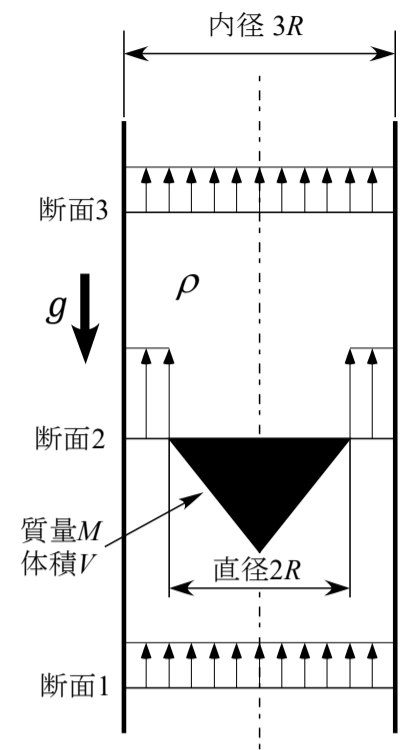


問(I) 図のように鉛直に立てられた内径 $3R$ の円管内を密度 ρ の水が上向きに流れており、この水中に質量 M 、体積 V 、および底面直径 $2R$ を有する円錐形の浮子（密度は一樣でかつ水より大きい）が、底面を上、頂点を下にして静止した状態で浮かんでいる。浮子より十分離れた上流側（下方）の断面（以下「断面1」）において、流れは一樣かつ管軸方向の速度成分のみを有している。また、浮子の中心軸は円管の中心軸と一致しており、浮子の底面は円管の中心軸に垂直となるが、この底面を含む円管断面を「断面2」とよぶ。断面2において、浮子の外側では、流れは一樣かつ管軸方向の速度成分のみを有している。また、断面1および断面2それぞれにおいて圧力は一樣とする。流れは定常と見なせるものとし、さらに管壁面および浮子表面での摩擦、ならびに断面1から断面2までの経路における損失を無視したうえで、以下の問いに答えよ。なお重力加速度を g とする。（50点）

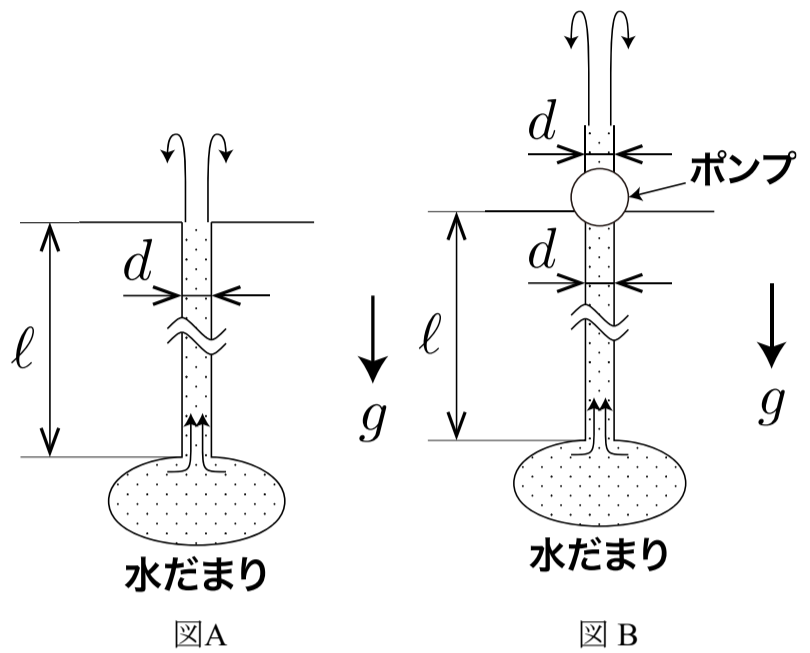
(1) 円管内を流れる水の体積流量を求めよ。

(2) 断面2より十分離れた下流側（上方）の断面を断面3とする。断面3において、圧力および流速が一樣であり、かつ管軸方向の速度成分のみを有しているとき、断面2と断面3の間で生じる、単位時間あたりのエネルギー損失を求めよ。



問(Ⅱ) 図Aに示すように、地中深くにある水だまりに、長さ ℓ 、内径 d 、管摩擦係数 λ （一定とする）の鉛直直円管を通して、水を地上に汲み上げる。水の密度を ρ 、重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。ただし、円管の入口損失、水の空気との間の摩擦はいずれも無視できるものとし、円管の出口で縮流は生じないものとする。また、水だまりの鉛直方向の厚みは円管の長さ ℓ に比べて十分に小さく、円管の入口近傍を除き、水だまりの中で水は静止しており圧力は一様であるとする。なお、圧力はすべてゲージ圧として考えよ。（50点）

- (1) ポンプを使用せずに水を自然に汲み上げるためには、水だまりの圧力はある圧力 p_1 よりもわずかに高くなければならない。 p_1 を求めよ。
- (2) 水だまりの圧力が p_1 より高いとき、汲み上げた水は自然に地上まで噴出する。噴出した水の地表からの到達高さが h_2 であるとき、水の体積流量 Q_2 および水だまりの圧力 p_2 を、 ℓ 、 d 、 λ 、 ρ 、 g 、 h_2 を用いて表せ。
- (3) 水だまりの圧力が p_1 より低いとき、水を自然に汲み上げることはできない。そこで、図Bに示すように、円管の上部末端にポンプならびに出口管（内径 d の鉛直直円管）を設置して、圧力 p_3 の水だまりから体積流量 Q_3 の水を汲み上げる。ポンプにおけるエネルギー損失がないものとして、ポンプが水に与える動力 P を、 ℓ 、 d 、 λ 、 ρ 、 g 、 p_3 、 Q_3 を用いて表せ。ただし、ポンプの大きさおよび出口管の長さは、ポンプ下部側（上流側）の円管の長さ ℓ に比べて無視できるほど小さいとする。また、出口管の出口で縮流は生じないものとする。

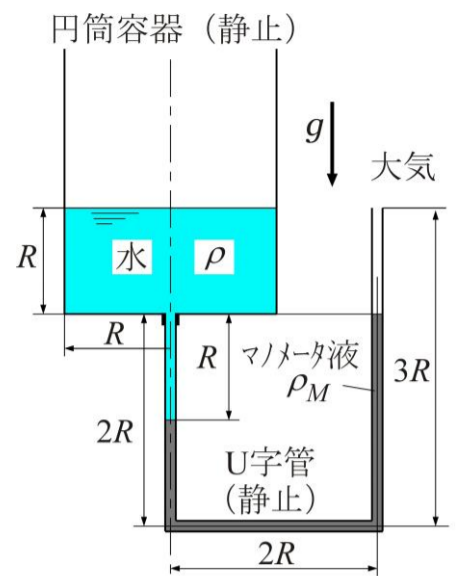


図A

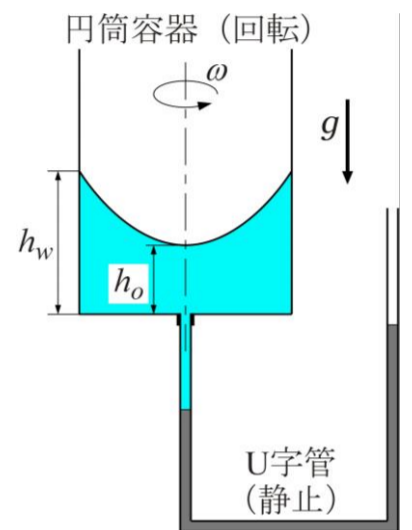
図B

問(Ⅲ) 図Aに示すように、上部が大気に開放された状態で鉛直に立てられている、内径 $2R$ で深さが十分にある円筒容器の底面中央に、一端が大気に開放された内径の小さい全長 $7R$ のU字管が接続されている。U字管は、大気開放側の長さ $3R$ の鉛直部、円筒容器と接続された側の長さ $2R$ の鉛直部と、両者を接続する長さ $2R$ の水平部で構成されている。円筒容器とU字管は独立に円筒容器の中心軸周りに回転可能であり、両者の間は漏れないように適切に軸封が施されている。円筒容器には密度 ρ の水が、U字管には水およびマンメータ液が入れている。マンメータ液の密度は水より大きく、静止時の各液面および水とマンメータ液の境界面の位置は図Aの通りである。重力加速度を g として以下の問いに答えよ。ただし、U字管の内径は円筒容器の内径に比べて十分に小さく、水のU字管への出入りに伴う円筒容器内の水の体積変化は無視できるものとする。また、水とマンメータ液は互いに混ざりあわないものとする。(50点)

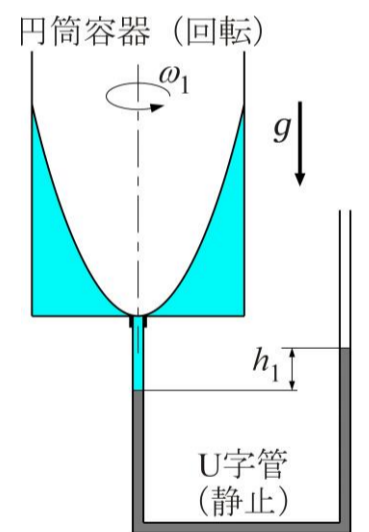
- (1) マンメータ液の密度 ρ_M を求めよ。
- (2) U字管を固定した状態で円筒容器のみを角速度 ω で回転させたところ、図Bに示すように容器内において中心側がくぼんだ水面が形成された。水面の容器中心および容器壁面における底面からの高さ h_o 、 h_w をそれぞれ求めよ。ただし、水面のくぼみは容器底面に到達していないものとする。
- (3) (2)の状態から円筒容器の回転角速度を徐々に増加させたところ、ある角速度で図Cに示すように容器中心における水面のくぼみが容器底面に到達した。このときの角速度 ω_1 およびU字管のマンメータ液の液位差 h_1 を求めよ。
- (4) 円筒容器とU字管をともに同一の角速度で回転させたところ、図Dに示すように、ある角速度においてマンメータ液の大気開放側の液面と円筒容器中心における水面の高さが一致した。このときの角速度 ω_2 を求めよ。



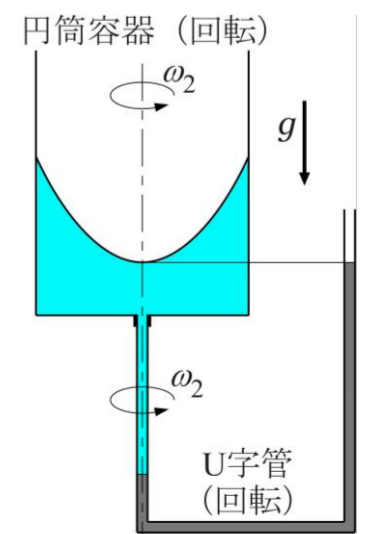
図A



図B



図C



図D