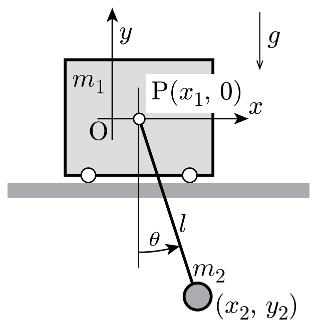
令和８年度　大学院工学府修士課程外国人特別選抜試験　　　Group A
ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026　　　機械力学/Dynamics of machinery

受験番号 / Number

外国人留学生特別選抜受験者 は 日本語 で解答すること　　Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.

問 (I) 図のように，水平面上を運動する質量 m_1 の台車に質量が無視できる長さ l の剛体棒と質量 m_2 の質点からなる振り子が取り付けられている。振り子は台車に固定された点 P を支点としてなめらかに回転する。静止座標系 O-xy でみた点 P の座標を $(x_1,\ 0)$ とし，鉛直軸からの振り子の振れ角を θ とする。図中に示すように重力加速度を g として以下の問いに答えよ。(30 点)

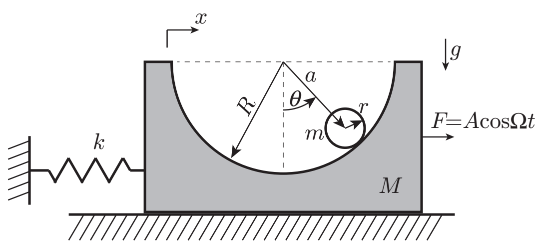


(1) 振り子の質点の位置を $(x_2,\ y_2)$ とする。x_2，y_2，$\dot{x}_2$，$\dot{y}_2$ を x_1，θ，$\dot{x}_1$，$\dot{\theta}$ を用いて表せ。
(2) 系全体の運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー U を求めよ。
(3) x_1 と θ を一般化座標としてラグランジュの運動方程式を求めよ。
(4) $|\theta|$ および $|\dot{\theta}|$ が微小の時，線形化された運動方程式を $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ のマトリクス形式で表現し，質量行列 $\boldsymbol{M}$，減衰行列 $\boldsymbol{C}$ および剛性行列 $\boldsymbol{K}$ を求めよ。一般化座標ベクトルを $\boldsymbol{x}=[x_1\ \ \theta]^T$ とする。ただし $[\ ]^T$ は転置を表す。
(5) 線形系の固有値 ω^2 に関する振動数方程式を導け。
(6) 線形系の固有値 $\omega_i^2, (i=1,2)$ および固有モード $\boldsymbol{X}_i, (i=1,2)$ を求めよ。固有モードは $\boldsymbol{X}_i=[1\ \ X]^T$ として求めよ。

Question I. As shown in the figure, a pendulum consisting of a mass point m_2 and a massless rigid beam (length l) is connected to a carriage (mass m_1) at point P. The pendulum can rotate smoothly around the point P. The carriage moves on the horizontal plane. A coordinate of the point P in the stationary coordinate system O-xy is $(x_1,\ 0)$ and an angular displacement of the pendulum from the vertical axis is denoted as θ. Answer the following questions. The gravitational acceleration is g as indicated by an arrow in the figure. (30 points)

(1) Coordinates of a mass point of the pendulum is (x_2, y_2). Find the displacement (x_2, y_2) and the velocity $(\dot{x}_2, \dot{y}_2)$ of the pendulum using x_1, θ, $\dot{x}_1$, and $\dot{\theta}$.
(2) Determine the kinetic energy T and the potential energy U of this system.
(3) Derive the Lagrange's equations of motion of the system using x_1 and θ as the generalized coordinates.
(4) Linearize the equations of motion and express them in matrix form $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ when $|\theta|$ and $|\dot{\theta}|$ are small. Here $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}$ and $\boldsymbol{K}$ denote the mass, damping and stiffness matrices respectively, $\boldsymbol{x}=[x_1\ \ \theta]^T$ is generalized displacement vector and $[\ ]^T$ means transpose.
(5) Find the characteristic equation (frequency equation) of this linearized system.
(6) Find the eigenvalues $\omega_i^2, (i=1,2)$ and natural modes $\boldsymbol{X}_i, (i=1,2)$ of this linearized system. Normalize the natural modes as $\boldsymbol{X}_i=[1\ \ X]^T$.

問 (II) 図に示すように，ばね定数 k のばねで固定壁と接続された物体（質量 M）が外力 $F=A\cos\Omega t$ を受けて滑らかな水平面上で運動する。物体は半径 R の円筒面状の曲面を持ち，その面上を質量 m，半径 r の円柱が滑らずに回転する。図に示すようにばねが自然長の状態を基準とした物体の変位を x，円柱の中心の角変位を θ とする。物体と円柱の質量比を $\alpha=m/M$ とし，重力加速度を g (図中矢印の向き）とする。系が微小運動をするとき $(|x|\ll 1, |\dot{x}|\ll 1, |\theta|\ll 1,\ |\dot{\theta}|\ll 1)$ 系の運動方程式は以下の式 (1) のようになる。以下の各問いに答えよ。(20 点)



$$\begin{bmatrix} (1+\alpha)M & \alpha Ma \\ \alpha Ma & 3\alpha Ma^2/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & \alpha Mga \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix}\cos\Omega t \qquad (1)$$

(1) この系の定常振動解（応答）を求めよ。
(2) 物体の振幅を 0 にする外力の角振動数 Ω についての条件を求めよ。

Question II. As shown in the figure, an object (mass M) is connected to a fixed wall with a spring of spring constant k. The object is on a smooth horizontal floor, and it has a cylindrical surface of radius R. A solid cylinder of radius r and mass m rolls along the cylindrical surface of the object without slipping. As shown in the figure, a displacement of the object relative to the spring's natural length is x and an angular displacement of a center of the cylinder is θ. Let a mass ratio of the object and the cylinder be $\alpha=m/M$. The gravitational acceleration is g as indicated by an arrow in the figure. When an external force $F=A\cos\Omega t$ is acting on the object, and a vibration of this system is very small $(|x|\ll 1, |\dot{x}|\ll 1, |\theta|\ll 1,\ |\dot{\theta}|\ll 1)$, then the linearized equation of motion of this system is written as following equation (1). Answer the following questions. (20 points).

$$\begin{bmatrix} (1+\alpha)M & \alpha Ma \\ \alpha Ma & 3\alpha Ma^2/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & \alpha Mga \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix}\cos\Omega t \qquad (1)$$

(1) Find the steady-state vibration response of this system.
(2) Determine a condition about the angular frequency Ω of the external force that makes the amplitude of the object zero.