◇ 令和 8 年度 大学院工学府修士課程外国人留学生特別選抜

◇ ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026

Group : 数学/Mathematics [13:15～14:15] 受験番号/Number ________

外国人留学生特別選抜受験者は日本語で解答すること

Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.

問 (I) 以下に示す微分方程式の一般解を求めよ. (30 点)

Find the general solution for the following equations. (30 points)

(1) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = 0$

(2) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = x$

(3) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = xe^x$

(4) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = \cos x$

問 (II) 正則な 2 行 2 列の正方行列 A に関する以下の問題に答えよ. ただし, 行列 A の固有値は λ_1 と λ_2, 固有ベクトルは v_1 と v_2 とする. 行列 A は変換行列 P を用いて $P^{-1}AP = D$ の関係式により対角行列 D を作ることが可能である. (35 点)

Solve the following questions for a 2×2 invertible square matrix A, with eigenvalues λ_1 and λ_2, and their corresponding eigenvectors v_1 and v_2. Matrix A can be diagonalized into a diagonal matrix D using the transformation matrix P such that $P^{-1}AP = D$. (35 points)

(1) 変換行列 P および対角行列 D を求めよ.

Find the transformation matrix P and the diagonal matrix D.

(2) 行列のべき乗 A^n を P, D, P^{-1} を用いて表せ.

Express the matrix power A^n using P, D, and P^{-1}.

(3) 逆行列 A^{-1} の固有値と固有ベクトルを求めよ.

Find the eigenvalues and eigenvectors of the inverse matrix A^{-1}.

(4) D^{-1} を P, A^{-1}, P^{-1} を用いて表し, その式を解くことにより D^{-1} を求めよ.

Express D^{-1} using P, A^{-1}, and P^{-1}, and find D^{-1} by solving the equation.

◇ 令和 8 年度 大学院工学府修士課程外国人留学生特別選抜

◇ ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026

Group : 数学/Mathematics [13:15∼14:15] 受験番号/Number ＿＿＿＿＿＿

外国人留学生特別選抜受験者は日本語で解答すること

Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.

問 (III) 球面 $\mathrm{S} : x^2+y^2+z^2=23$ と円錐 $\mathrm{C} : z=\sqrt{x^2+y^2}-1$ で囲まれる領域 $E : \{x^2+y^2+z^2 \leq 23, z \geq \sqrt{x^2+y^2}-1\}$ について考える．関数 $f(x,y,z)$ を $f(x,y,z)=z\sqrt{x^2+y^2}$ と定義するとき，この領域 E 上で，S と C で囲まれた微小体積を $\mathrm{d}V$ とする．次の積分 $I=\int_E f(x,y,z)\mathrm{d}V$ を解くにあたり以下の問題に答えよ．(35 点)

Consider the region $E : \{x^2+y^2+z^2 \leq 23, z \geq \sqrt{x^2+y^2}-1\}$ enclosed by the sphere $\mathrm{S} : x^2+y^2+z^2=23$ and the cone $\mathrm{C} : z=\sqrt{x^2+y^2}-1$. Let the function $f(x,y,z)$ be defined by $f(x,y,z)=z\sqrt{x^2+y^2}$ over this region E. When solving the following integral, answer the questions below.

$$I=\int_E f(x,y,z)\mathrm{d}V,$$

where $\mathrm{d}V$ denotes the volume element bounded by surface S with boundary C. (35 points)

(1) 円柱座標系 $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta, z=z$ において領域 E を示す条件式を r と z を用いて表せ．
In the cylindrical coordinate system $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta, z=z$, express the region E using r and z.

(2) I を円柱座標系を用いて，3 重積分 $I=\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}\int_{z_2(r)}^{z_1(r)} g(r,\theta,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$ で表すとき，$g(r,\theta,z)$ を求めよ．ただし，$z_1(r)$ および $z_2(r)$ は z の積分区間を与える関数とし，r_0 は r の積分区間を与える定数とする．また，円柱座標系のヤコビ行列 J は以下で定義する．

$$J=\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

When I in the cylindrical coordinate system is represented as the triple integral
$I=\int_0^{2\pi}\int_0^{r_0}\int_{z_2(r)}^{z_1(r)} g(r,\theta,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$, determine the function $g(r,\theta,z)$.
Here, $z_1(r)$ and $z_2(r)$ are functions giving the integration limits for z, and r_0 gives the integration limit for r. The Jacobian matrix J for the cylindrical coordinate system is defined as

$$J=\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix}.$$

(3) $I=\int_0^{2\pi} q\mathrm{d}\theta$ とするとき，q を r_0 を用いて表せ．
When $I=\int_0^{2\pi} q\mathrm{d}\theta$, express q using r_0.

(4) r_0 を求め，I を r_0 を用いずに求めよ．
Calculate r_0, and evaluate I without using r_0.

◊ 令和８年度 大学院 工学府 修士課程 外国人留学生 特別選抜

◊ ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026

数学/Mathematics [13 : 15 ∼ 14 : 15]　　受験番号/Number

- 外国人留学生特別選抜受験者は日本語で解答すること．
- 一問につき解答紙一枚を使用し，各解答紙に問番号 (I)∼(III) を記入すること．
- 裏面にも解答を記載してよい．
- Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.
- Use one answer sheet for one question and indicate the question number (I)∼(III) on each answer sheet.
- Write on the back if necessary.

問番号

The question number

◊ 令和８年度 大学院 工学府 修士課程 外国人留学生 特別選抜

◊ ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026

数学/Mathematics [13 : 15 ∼ 14 : 15]　　受験番号/Number

- 外国人留学生特別選抜受験者は日本語で解答すること．
- 一問につき解答紙一枚を使用し，各解答紙に問番号 (I)∼(III) を記入すること．
- 裏面にも解答を記載してよい．
- Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.
- Use one answer sheet for one question and indicate the question number (I)∼(III) on each answer sheet.
- Write on the back if necessary.

問番号

The question number

◇ 令和８年度 大学院 工学府 修士課程 外国人留学生 特別選抜

◇ ENTRANCE EXAMINATION FOR INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM 2026

数学/Mathematics [13 : 15 ∼ 14 : 15]　　受験番号/Number ____________

- 外国人留学生特別選抜受験者は日本語で解答すること.
- 一問につき解答紙一枚を使用し，各解答紙に問番号 (I)∼(III) を記入すること.
- 裏面にも解答を記載してよい.
- Applicant of INTERNATIONAL MASTER'S PROGRAM should answer in English.
- Use one answer sheet for one question and indicate the question number (I)∼(III) on each answer sheet.
- Write on the back if necessary.

☐ 問番号

The question number ____________