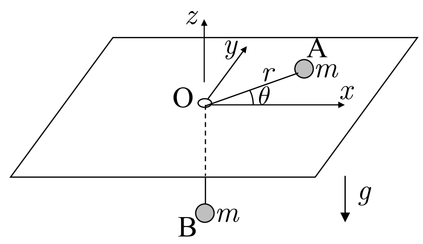
令和8年度九州大学大学院工学府機械系専攻修士課程入学試験問題・解答紙

試験科目　機械力学　[8月19日　13時00分～14時30分]　（１／３）

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと．）

受験番号　　　　　　　　　　　　採点

図のように水平に設置されたなめらかな板に穴をあけ，長さlのひもを通す．ひもの両端に質量mの質点Aと質点Bを取り付けて，質点Aは板上に置き，質点Bを鉛直につり下げる．穴の位置を原点Oとして，板上にx,y座標をとり，鉛直上向きにz座標をとる．質点Aは板上を運動し，質点Bは鉛直方向のみ運動するものとする．x,y,z方向の単位ベクトルを$\boldsymbol{i}_0,\boldsymbol{j}_0,\boldsymbol{k}_0$，重力加速度を$g$とする．以下の問いに答えよ．（50点）



(1) ひもの張力をTとして，極座標(r,θ)を用いて質点Aの半径方向の運動方程式を求めよ．

(2) ひもの張力をT，質点Bのz座標をzとして質点Bの鉛直方向の運動方程式を求めよ．

質点Aに初速度を与えると，質点Aは半径r_1の等速円運動を始めた．

(3) このときの質点Aの角速度とひもの張力を求めよ．

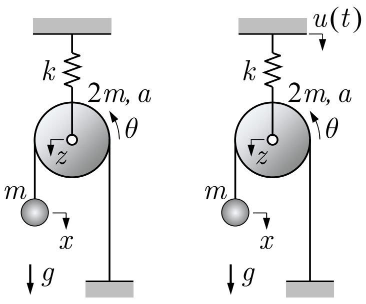
(4) このときの質点Aの角運動量$\boldsymbol{L}$（ベクトル）を求めよ．

(5) 質点Aの半径r_1の等速円運動の状態から，質点Bを手で$a\ (>0)$だけ鉛直下向きに引き下げたとき，質点Aの角速度を求めよ．

(6) (5)の状態でふたたび手をはなし，質点Bが$z=d\ (<0)$の位置にあるとき，質点Bの加速度を求めよ．

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと.）

受験番号　　　　　　　　　　　　　　採点



(a)　(b)

図のように，質量$2m$，半径a，中心軸まわりの慣性モーメントma^2の均質な滑車がばね定数kのばねで天井から支持されており，滑車には質量を無視でき伸縮性のない糸がかけられている．糸の一端は床に，もう一端は質量mの質点に結合されており，糸と滑車の間に滑りは生じないものとする．ばねが自然長であり糸に弛みがない状態を基準とした質点および滑車の重心（中心）の鉛直方向の変位（下向きを正）をそれぞれxおよびzで表し，滑車の回転角（反時計回りを正）をθで表す．質点と滑車の中心は鉛直方向のみに変位するものとする．重力加速度をgとして，以下の問いに答えよ．(50 点)

図(a)のように床と天井がいずれも静止している場合について，(1)から(4)の問いに答えよ．

(1) 質点と滑車の間における糸の張力をT_L，床と滑車の間における糸の張力をT_Rとする．それぞれz, θおよびxを変数として，滑車の重心の並進に関する運動方程式，滑車の重心まわりの回転に関する運動方程式，質点の並進に関する運動方程式を求めよ．

(2) 糸に弛みが生じていない場合について考える．このとき，幾何学的関係に基づいてzおよびθをそれぞれxを用いて書き表せ．

(3) (2)の場合における質点の運動方程式をxのみを変数として表し，固有角振動数ω_nを求めよ．さらに，静的平衡状態における質点の変位x_sを求めよ．

(4) 質点を$x = x_s + d$ $(d > 0)$の位置に静止させた状態から静かに放したとき，糸が弛むことなく質点の自由振動が生じるdの範囲を求めよ．

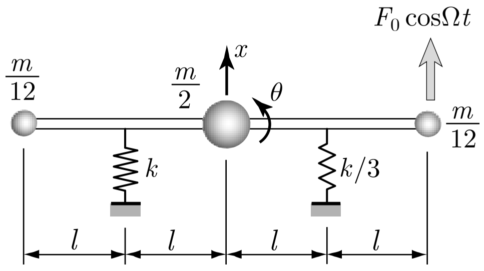
図(b)のように床が静止しており，天井が下向きを正とする変位$u(t) = U\cos\Omega t$（Uは定数）で振動している場合について，次の問い(5)に答えよ．

(5) xの強制振動解（定常周期解）を時間の関数として求めよ．ただし，$\Omega \neq \omega_n$とする．また，Uは十分に小さく糸は弛まないものとする．

（注意：解答のスペースが足りない場合は，各問題用紙の裏面を使用してよい．異なる問題用紙の裏面は使用しないこと.）

受験番号　　　　　　　　　　　　採点

長さ $4l$ の質量を無視できる剛体棒があり，中央に質量 $m/2$ ，両端に質量 $m/12$ の質点が取り付けてある．剛体棒は図に示す位置でばね定数 k および $k/3$ のばねによって横方向に支持されている．剛体棒は図の平面内で運動し，中央の横方向変位を x, 反時計回りを正とする回転角を θ とし， $x \ll 1, \theta \ll 1$ とする．右側の質点には横方向に $F_0 \cos \Omega t$ （F_0 は一定）の強制外力が作用する．重力の影響は無視してよい．以下の問いに答えよ．(50 点)



(1) 変位ベクトルを $\boldsymbol{x}=[x, \theta]^{\mathrm{T}}$ とすると(上添字 T は転置を示す)，運動方程式は $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f}\cos\Omega t$ となり，質量行列 $\boldsymbol{M}$, 剛性行列 $\boldsymbol{K}$ は， $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} \mathrm{A}\,m & \mathrm{C}\,ml \\ \mathrm{C}\,ml & \mathrm{B}\,ml^2 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} \mathrm{D}\,k & \mathrm{F}\,kl \\ \mathrm{F}\,kl & \mathrm{E}\,kl^2 \end{bmatrix}$ と表される．A~F に入る適切な値を求めよ．

(2) 強制振動の外力の振幅ベクトル $\boldsymbol{f}$ を求めよ．

(3) 固有角振動数 ω_1, ω_2 $(\omega_1<\omega_2)$ および固有モード $\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2$ を求めよ．固有モードは $\boldsymbol{X}_i=[1, X]_i^{\mathrm{T}}$ $(i=1,2)$ の形で求めること．

(4) モード解析を用いて変位ベクトル $\boldsymbol{x}$ の強制振動解を求めよ．モード座標を $\boldsymbol{\xi}=[\xi_1, \xi_2]^{\mathrm{T}}$ とする．モード行列は(3)で求めた $\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2$ を用いて $\boldsymbol{\Phi}=[\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2]$ とし， ω_1, ω_2 はそのまま用いてよい．

(5) 右側の質点への強制外力 $F_0\cos\Omega t$ に加え中央の質点にも横方向に $\alpha F_0 \cos\Omega t$ の強制外力を加えた． α の値によって強制振動解から 1 次モードあるいは 2 次モードの成分が取り除かれた．1 次，2 次モードの成分を取り除く α の値 α_1, α_2 をそれぞれ求めよ．